Examen d'électromagnétisme

Jeudi 10 janvier 2013 (2 heures)

Les exercices sont indépendants. Le barème est approximatif.
Les calculatrices ne sont pas autorisées.
Justifier toutes les réponses aux questions.

Exercice 1. *(~ 5 points)*

a) Questions de cours :

a1) Donner la définition d'un conducteur parfait à l'équilibre.

a2) Que vaut le champ électrostatique dans un conducteur parfait à l'équilibre (sans démonstration) ?

a3) Que vaut le champ électrostatique à l'extérieur au voisinage de la surface d'un conducteur parfait à l'équilibre chargé de charge surfacique σ (théorème de Coulomb). Donner la démonstration de ce résultat.

b) Calculer champ électrostatique $\vec{E}$ au voisinage d'une sphère conductrice seule dans l'espace, de rayon R et qui est portée au potentiel Φ ? On supposera le potentiel nul à l'infini.

c) Soit une deuxième sphère de rayon $2R$ reliée par un fil conducteur à la sphère de rayon R. La première sphère est toujours au potentiel Φ . Les deux sphères sont suffisamment éloignées l'une de l'autre pour que l'on puisse supposer que chacune est seule dans l'espace. Calculer le champ électrostatique $\vec{E}$ au voisinage de la sphère de rayon $2R$.

d) Décrire très brièvement « l'effet des pointes » au voisinage d'un conducteur (cours).

En utilisant les résultats précédents, donner une explication qualitative de « l'effet des pointes ».

Exercice 2. *(~ 5 points)*

Soit une distribution volumique de courant dans tout l'espace, de densité :

$$\vec{j}(M) = j_0 \, e^{-\frac{r^2}{r_0^2}} \, \vec{u}_z ,$$

en coordonnées cylindriques $M(r, \theta, z)$, où j_0 et r_0 sont des constantes positives.

a) Déterminer le courant $I(R)$ traversant un disque de rayon R centré sur l'axe (Oz) et perpendiculaire à cet axe.

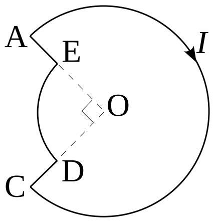
b) Par des arguments de symétrie et d'invariance, que peut-on dire du champ magnétique $\vec{B}(M)$ en un point M de l'espace ?

c) Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace.
Tracer sur un schéma les lignes de champs de $\vec{B}$.

Exercice 3. *(~ 5 points)*

Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ au point O, créé par un courant permanent I circulant dans un fil ayant la forme suivante : le circuit est formé d'un arc de cercle de centre O, de rayon R_1 = OA et d'angle 3 π / 2, de deux segments AE et DC portés par des rayons du cercle, et il est refermé par un arc de cercle de centre O et de rayon R_2 = OE (voir figure).

Indiquer la direction et le sens de $\vec{B}(O)$ sur un schéma.



Exercice 4. *(~ 6 points)*

Une boule sphérique de rayon R de centre O, porte une densité volumique de charge $\rho(r)=ar$, où r est la distance au point O et a une constante.

a) Calculer la charge totale de cette sphère.

b) Par des arguments de symétrie et d'invariance, que peut-on dire du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en un point M de l'espace ?

c) Calculer $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace.
- Tracer $\|\vec{E}\|$ en fonction de r.
- Tracer sur un schéma des lignes de champs de $\vec{E}$.

d) Calculer le potentiel $\Phi(M)$ en tout point M de l'espace. On prendra un potentiel nul à l'infini.
- Tracer Φ en fonction de r.
- Tracer les équipotentielles sur le schéma de la question c).

e) Une charge surfacique uniforme σ est déposée sur la surface de la boule. Déterminer la relation entre σ , a et R pour que le champ électrostatique soit nul à l'extérieur de la boule.